

ZALEŻNOŚĆ OD SZEROKOŚCI GEOGRAFICZNEJ DŁUGOŚCI DNIA PRZY PRZESILENIU LETNIM

Wymieniona w tytule zależność zostanie wyprowadzona z uwzględnieniem zjawiska refrakcji astronomicznej, które wynika z różnic współczynnika załamania światła w atmosferze. Kąt refrakcji wynosi około 35° . Ma to istotne znaczenie przy zbliżaniu się do koła podbiegunowego.

W dalszej części dokumentu będziemy używali skrótu DDPL na określenie długości dnia przy przesileniu letnim. Bez utraty ogólności rozważań ograniczymy się do półkuli północnej.

Na początek pominiemy zjawisko refrakcji. Przyjmujemy następujące oznaczenia (rys. 1):

α kąt nachylenia osi obrotu Ziemi względem płaszczyzny ekliptyki,

φ szerokość geograficzna,

r promień Ziemi,

$r \cos \varphi$ promień równoleżnika.

R odległość cięciwy równoleżnika na szer. geogr. φ , łączącej punkty odpowiadające wschodowi i zachodowi słońca, od osi obrotu;

R można wyznaczyć z następującego wzoru:

$$R = r \cdot \sin \varphi \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

W płaszczyźnie równoleżnika o promieniu $r \cos \varphi$ zależności trygonometryczne będą następujące (kolejny rysunek):

$$\sin \beta = \frac{R}{r \cdot \cos \varphi},$$

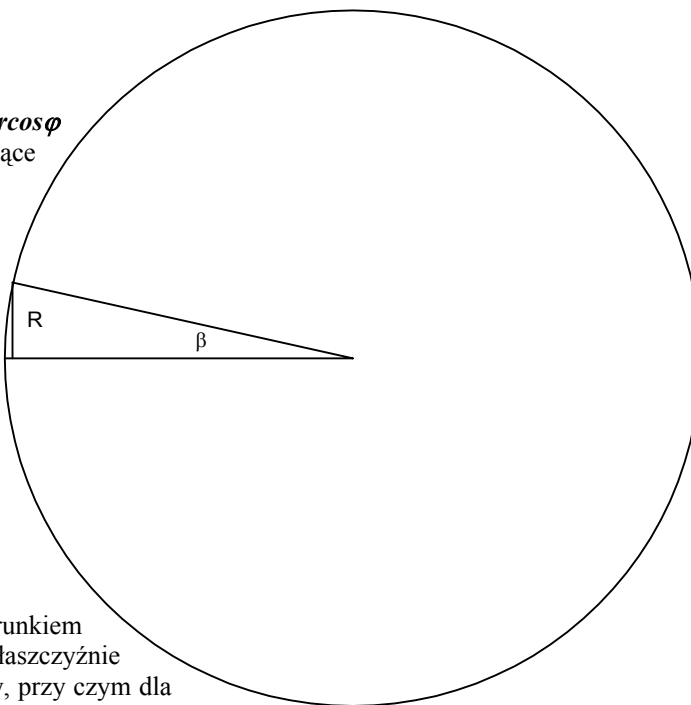
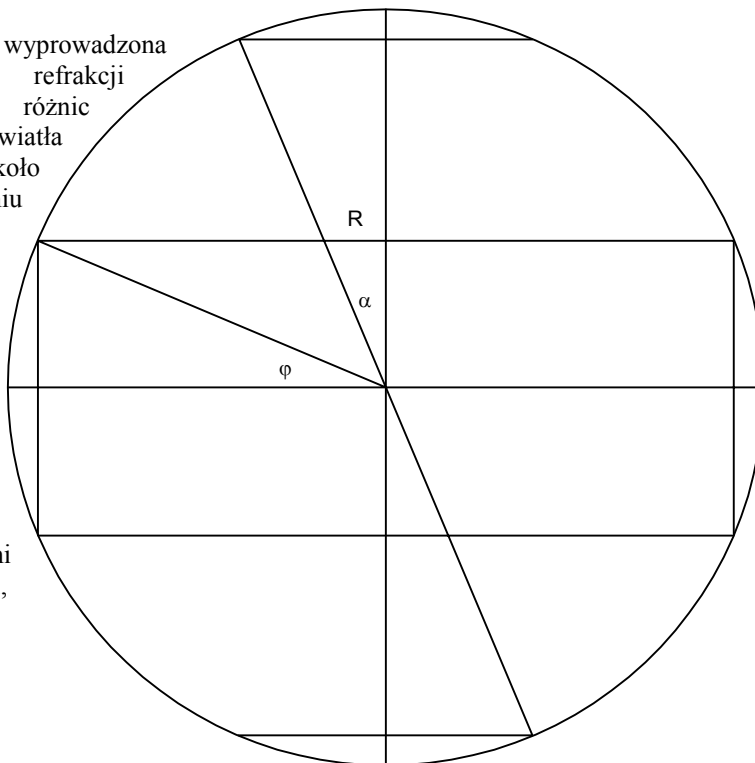
co po uwzględnieniu poprzedniej zależności daje:

$$\sin \beta = \frac{r \cdot \cos \varphi}{r \cdot \cos \varphi} \operatorname{tg} \alpha$$

i po uproszczeniu ostatecznie

$$\sin \beta = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \alpha.$$

Kąt β jest zarazem kątem pomiędzy kierunkiem zachodnim i kierunkiem zachodu słońca na płaszczyźnie horyzontu. DDPL jest do niego proporcjonalny, przy czym dla $\beta=0$ mamy DDPL=12h, zaś dla $\beta=\pi/2$ mamy DDPL=24h.



Stąd DDPL(β) w godzinach wyrazi się następującą zależnością:

$$DDPL(\beta) = \frac{24}{\pi} \beta + 12 \quad ,$$

a po uwzględnieniu poprzedzającej zależności otrzymujemy ostatecznie

$$DDPL(\varphi) = 12 \left[1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sin}(\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \varphi) \right] \quad ,$$

co jest słuszne dla szerokości geograficznych nie większych niż szerokość geograficzna koła podbiegunowego. Długość dnia przy przesileniu zimowym DDPZ dla tego samego zakresu szerokości geograficznych wyniesie:

$$DDPZ(\varphi) = 12 \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sin}[\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(-\varphi)] \right\} \quad .$$

UWZGLĘDNIENIE REFRAKCJI ASTRONOMICZNEJ

Jeżeli weźmiemy pod uwagę zjawisko refrakcji astronomicznej i związany z nim kąt ρ , wtedy

$$DDPL(\varphi) = 12 \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sin}[\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \rho)] \right\}$$

oraz

$$DDPZ(\varphi) = 12 \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sin}[\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\rho - \varphi)] \right\} \quad .$$

Odpowiada to wydłużeniu dnia o tyle samo, jak gdybyśmy się przemieścili o kąt ρ na północ.

W rezultacie na równiku dzień liczony od ukazania się połowy tarczy słonecznej, do zniknięcia jej połowy będzie zawsze dłuższy nieco niż 12 h, a ponadto nie będzie równy. Najdłuższy będzie wtedy, gdy słońce w południe będzie najniżej, czyli przy przesileniach letnich na półkuli północnej i południowej.

Największe różnice w długościach dnia będą w okolicach koła podbiegunowego. DDPL będzie wynosiła 24 h dla szerokości geograficznej około 66° . Natomiast noc polarna wystąpi dla szerokości geograficznych większych niż $67^\circ 06'$. Wynika to z wartości kąta refrakcji astronomicznej: $\rho = 35'$.

UWZGLĘDNIENIE DŁUGOŚCI ZMIERZCHU I ŚWITANIA - BIAŁE NOCE

Zmierzech występuje od chwili zniknięcia połowy tarczy słonecznej do chwili schowania się jej pod pewnym kątem ω za linią horyzontu. Przy świtaniu proces jest odwrotny. DDPL(φ) łącznie z okresem zmierzchu i świtania (DDPL_{zs}(φ)) odpowiada DDPL($\varphi + \omega$), czyli DDPL po przemieszczeniu się o kąt ω na północ. Wobec tego:

$$DDPL_{zs}(\varphi) = 12 \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sin}[\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \rho + \omega)] \right\} \quad .$$

Szare noce

Efekt całkowitej nocy występuje po schowaniu się słońca pod kątem 2ω za linią horyzontu. W okresie kiedy jest schowane pod kątami od ω do 2ω mamy do czynienia z *szarą nocą*. DDPL(φ) łącznie z okresem zmierzchu i świtania oraz szarej nocy (DDPL_{sn}(φ)) odpowiada DDPL($\varphi + 2\omega$), czyli DDPL po przemieszczeniu się o kąt 2ω na północ. Wobec tego:

$$DDPL_{sn}(\varphi) = 12 \left\{ 1 + \frac{2}{\pi} \operatorname{arc\,sin}[\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg}(\varphi + \rho + 2\omega)] \right\} \quad .$$

WYKRESY

Przedstawione wyżej zależności zilustrowane są na dwóch poniższych wykresach przy założeniu, że $\rho = 35'$ oraz $\omega = 8^\circ$.

